# Planejamento da densidade textural a partir da aplicação da equação logística

Felipe Grisi Correia Pontes (UFPB)
José Orlando Alves (UFPB)
Antônio Joaquim Rodrigues Feitosa (UFPB)

**Resumo:** O presente artigo descreve o planejamento da densidade textural da peça *Logistic Textures II*, de Felipe Grisi, para o qual foi utilizada a equação logística, comum nos estudos do caos determinístico. Nessa abordagem, a equação forneceu dados com os quais foi possível a determinação do âmbito e da densidade absoluta, com a consequente indicação, por esses dois parâmetros, da densidade relativa das texturas apresentadas na referida peça. Foram feitas 85 iterações com a equação logística, de modo que cada uma delas representou a densidade textural de dois compassos. Cada iteração nos forneceu um resultado que variou sempre entre 0 e 1. De posse desses dados, partimos para a determinação de uma proporção que equivalesse ao valor obtido com a equação logística. Tal proporção corresponde à densidade absoluta e ao âmbito do trecho ao qual ela se aplica.

**Palavras-chave:** Equação logística. Densidades. Sistemas Caóticos. Planejamento composicional. Texturas musicais.

**Textural density planning through the application of the logistic equation**

**Abstract:** This paper describes the textural planning of *Logistic Textures II* a piece by de Felipe Grisi by using the logistic equation commonly applied in deterministic studies of chaos. In this approach, the equation provides the data to determine two parameters (range and absolute density) that make it possible to specify the relative density of the textures of this piece. Eighty-five iterations were performed with the logistic equation and each one represented the textural density of two bars. Each iteration resulted in a number that varies between 0 and 1. With this data, we determined a ratio that would equal the value obtained with the logistics equation. This ratio corresponds to the absolute density and range of the section it applies to.

**Keywords**: Logistic Equation. Densities. Chaotic Systems. Compositional Planning. Music Textures.

PONTES, Felipe Grisi Correia; ALVES, José Orlando; FEITOSA, Antônio Joaquim Rodrigues. Planejamento da densidade textural a partir da aplicação da equação logística. *Opus*, Porto Alegre, v. 20, n. 2, p. 183-220, dez. 2014.

A teoria do caos e os sistemas caóticos podem ser úteis para a obtenção e a condução de parâmetros musicais, tais como: relações entre conjuntos de classes de alturas, delineamento dos aspectos métricos e rítmicos, formulação e elaboração textural, dentre outros[1]. A proposta deste artigo é demonstrar como alcançar um alto grau de diversidade de parâmetros texturais a partir da manipulação de um determinado sistema caótico[2]. Essa manipulação resultou no planejamento textural da peça *Logistic Textures II*[3].

A utilização de aspectos lógicos, inclusive de recursos matemáticos na formalização de procedimentos composicionais, foi adotada por diversos compositores no decorrer da história da música, conforme descrito por Roads (1996: 822). O autor cita, por exemplo, Guillaume Dufay, que "estabeleceu o tempo de seus motetos de acordo com a dimensão da catedral de Florença e utilizou a proporção que ficou conhecida como seção áurea" (ROADS, 1996: 823, tradução nossa)[4]. Ainda, o famoso matemático Pitágoras é reconhecido por estudar a relação harmônica entre as alturas:

> [...] Pitágoras percebeu a relação harmônica dos sons produzidos pelos martelos na forja de um ferreiro, e investigações mais profundas revelaram que as massas desses martelos estavam, extraordinariamente, em simples proporção de números inteiros entre eles. Disso, Pitágoras percebeu que a realização de sons consonantes e

[1] É importante enfatizar a diferença entre a teoria do caos e os sistemas caóticos. Segundo Williams Garnett, a teoria do caos consiste em todos os princípios e operações matemáticas que estão fundamentados no caos (WILLIAMS, 1997: 18). Ainda para Williams (1997: 14), um sistema é "[...] um grupo ou sequência de elementos, especialmente na forma de um conjunto de dados cronologicamente ordenados". Portanto, um sistema caótico é um grupo de dados cronologicamente ordenado que descreve o comportamento de uma evolução caótica.

[2] A referida proposta está presente, dentre outros aspectos, no projeto de pesquisa intitulado *Desenvolvimento de processos composicionais relacionados à música textural*, que conta com auxílio do CNPq. O projeto visa fornecer subsídios para o planejamento paramétrico das densidades na construção da trama micropolifônica ou na elaboração dos *clusters* articulados ou sustentados.

[3] Como será descrito no decorrer do artigo, o planejamento textural da peça *Logistic Textures II* foi elaborado com a utilização da equação logística, dentro da perspectiva de sistemas caóticos não lineares.

[4] "[...] who derived tempi for one of his motets from the proportions of a Florentine cathedral and used the ratio known as the golden ratio" (ROADS, 1996: 823).

> proporções simples estão correlacionados, e que música e matemática compartilham a mesma base fundamental (FAUVEL et al., 2006: 14, tradução nossa)[5].

A formalização visa construir um método que equilibra o determinismo e o indeterminismo presentes em qualquer trabalho composicional. Em sua obra *Formalized Music*, Xenakis introduz a questão:

> A explicação do mundo, e consequentemente do fenômeno sonoro que nos cerca e que pode ser criado, necessitou e lucrou com a ampliação de princípio da casualidade, a base de tal ampliação é formada pela lei dos números inteiros [...]. Tudo no determinismo puro ou no indeterminismo menos puro é submetido às leis operacionais fundamentais da lógica, que foram desembaraçadas pelo pensamento matemático com o nome de álgebra geral. Estas leis operam em estados isolados ou em um conjunto de elementos com a ajuda de operações, das quais as principais são a união, [...], a interseção, [...], e a negação. A música, então, pode ser definida como uma organização destas operações elementares e relações [de equivalência, consequência e quantificações] entre as entidades sonoras e suas funções (XENAKIS, 1971: 4, tradução nossa)[6].

Percebe-se, portanto, que a proposta deste artigo assume duas frentes: uma musical e outra matemática, de modo que precisamos apresentar as bases conceituais

[5] "[...] Pythagoras noted the harmonious relationships of the sounds produced by the hammers in a blacksmith's forge, and further investigations revealed that the masses of these hammers were, extraordinarily, in simple whole-number ratios for each other. From this claimed observation Pythagoras is supposed to have leapt to the realization that consonant sounds and simple number ratios are correlated - that ultimately music and mathematics share the same fundamental basis" (FAUVEL et al., 2006: 14).

[6] "The explanation of the world, and consequently of the sonic phenomena which surround us or which may be created necessitated and profited from the enlargement of the principle of causality, the basis of which enlargement is formed by the law of large numbers [...]. But everything in pure determinism or in less pure indeterminism is subjected to the fundamental operational laws of logic, which were disentangled by mathematical thought under the title of general algebra. These laws operate on isolated states or on sets of elements with the aid of operations, the most primitive of which are the union, [...], the intersection, [...], and the negation. Music, then, may be defined as an organization of these elementary operations and relations between sonic entities or between functions of sonic entities" (XENAKIS, 1971: 4).

desses dois campos. Como descrevemos inicialmente, os parâmetros musicais que nos interessam estão relacionados à textura. Para David Cope:

> Textura resulta da combinação de altura, timbre e duração e é geralmente medida em termos de densidade. A textura pode ser suave como uma nota ou pesada como um grande agregado de alturas [...]. Compositores contemporâneos expandiram seus conceitos para incluir um vocabulário mais amplo de texturas, que vai de simples notas até grandes densidades sonoras (COPE, 1997: 99, tradução nossa)[7].

Ainda, segundo Wallace Berry, a textura:

> Consiste nos seus componentes sonoros; é condicionada em parte pelo número de componentes que soam simultaneamente ou concorrentemente e suas qualidades são determinadas pelas interações, inter-relações e projeções relativas das linhas que a compõem ou outros fatores componentes do som (BERRY, 1976: 184, tradução nossa)[8].

O referido autor salienta que a textura possui dois aspectos: um quantitativo e outro qualitativo. O aspecto quantitativo diz respeito ao "número de eventos concorrentes de uma textura bem como o grau de compressão dos eventos dentro do espaço intervalar dado" (BERRY, 1976: 185, tradução nossa)[9]. O aspecto qualitativo se relaciona com a natureza das interações e inter-relações da malha musical. Assim, o aspecto quantitativo da textura refere-se ao parâmetro densidade. Para Cope (1997: 99, tradução nossa),

---

[7] "Texture results from a combination of pitch, timbre, and duration and is generally measured in terms of density. Texture can be as thins as one pitch or as thick as a large aggregate of pitches [...]. Contemporary composers have expanded these concepts to include a larger vocabulary of textures, from single notes to thick densities of sound" (COPE, 1997: 99).

[8] "[...] consists of its sounding components; it is conditioned in part by the number of those components sounding in simultaneity or concurrence, its qualities determined by the interactions, interrelations, and relative projections and substances of component lines or other component sounding factors" (BERRY, 1976: 184).

[9] "[...] the number of concurrent events as well as the degree of compression of events with a given intervallic space" (BERRY, 1976: 185).

"densidade é a medida básica da textura"[10], o que nos permite perceber que tal parâmetro tem fundamental importância na questão textural.

Guigue (2012: 53), ressalta a existência de dois tipos de densidade: a absoluta e a relativa. A densidade absoluta é o número de sons concomitantes, enquanto que a relativa é a divisão da densidade absoluta pelo âmbito em questão. O âmbito, por sua vez, ainda segundo Guigue, é "determinado pelas notas extremas de cada acorde", e corresponde ao somatório de todas as possíveis notas entre a mais aguda e a mais grave, com estas duas inclusas na soma. Ou seja, a densidade relativa é alcançada pela divisão da densidade absoluta pelo âmbito. Dessa divisão, teremos sempre um resultado entre 0 e 1.

A textura musical, assim como as densidades e as relações de dependência e interdependência, estão em constante mudança no decorrer de uma peça em função do tempo. Para a matemática, "um sistema dinâmico é tudo que se move, muda ou evolui no tempo" (WILLIAMS, 1997: 18, tradução nossa)[11]. Logo, a música, e consequentemente a textura, podem ser consideradas um sistema dinâmico.

O caos ocorre somente em sistemas determinísticos, não lineares e dinâmicos[12]. Logo, "caos é uma evolução de aparência desordenada e de longo prazo que satisfaz determinados critérios matemáticos e que ocorre num sistema determinístico, não linear" (WILLIAMS, 1997: 18, tradução nossa)[13]. Bidlack complementa essa informação ao afirmar que o caos "descreve aspectos importantes sobre como as coisas no mundo real se movem e mudam com o tempo" (BIDLACK, 1992: 1, tradução nossa)[14].

Os fenômenos descritos pelas premissas de um sistema caótico[15] também se classificam em dois tipos, de acordo com seu desenvolvimento no tempo. Portanto, podem

[10] "[...] density is the basic measure of texture [...]" (COPE, 1997: 99).
[11] "A dynamical system is everything that moves, changes, or evolves in time" (WILLIAMS, 1997: 18).
[12] Segundo Williams (1997: 18), a não linearidade de um sistema significa que uma mudança em uma de suas variáveis não produz uma mudança ou reação proporcional. Ou seja, o valor do sistema em determinado tempo não são proporcionais aos valores de tempos anteriores. Há conceitos de não linearidade mais profundos e complexos, mas que fugiriam ao escopo deste trabalho.
[13] "Chaos is a sustained and disorderly-looking long term evolution that satisfies certain special mathematical criteria and that occurs in a deterministic nonlinear system" (WILLIAMS, 1997: 18).
[14] "[...] describes important aspects of the way things in the real world move and change with time" (BIDLACK, 1992: 1).
[15] A utilização de sistemas caóticos não lineares na composição é explorada por diversos autores, dentre os quais podemos citar DiScipio (1990), Goggins (1991), Leach and Fitch (1995), Pressing (1988), Salter (2009), Harley (1995), Holochwost (2005), Little (1993), Weisberg (2000), Bennett

ser discretos, quando "[...] seu estado só muda entre os instantes $t_0$, $t_1$, $t_2$. No intervalo entre dois desses instantes, o estado permanece constante" (VILLATE, 2007: 25). Podemos citar como exemplo ocorrências de terremotos, tempestades e erupções vulcânicas. Os contínuos, por sua vez, como o nome sugere, não param de se desenvolver, como por exemplo a temperatura do ar, o fluxo de água em rios perenes etc.

Os procedimentos matemáticos utilizados para o planejamento das densidades da peça *Logistic Textures II* foram, portanto, obtidos com a utilização da teoria do caos, precisamente da equação logística, dentro da perspectiva de um sistema caótico discreto[16]. Criada em 1845, a equação logística trata-se de um sistema unidimensional desenvolvido para descrever mudanças a longo prazo nas populações das espécies, já que estas mudam de maneira não contínua (WILLIAMS, 1997: 140). A população de uma espécie em determinado ano $x_{t+1}$ é, em números, alguma proporção da população do ano anterior $x_t$. Matematicamente falando, temos que a população do ano $x_{t+1}$ é igual à população do ano anterior $x_t$ multiplicada pela constante de proporção $k > 0$. Logo teríamos que $x_{t+1} = k.x_t(1-x_t)$, onde k é a constante que representa a taxa de natalidade e mortalidade, $x_t$ é a população no tempo t e $x_{t+1}$ é a população no tempo t +1 (WILLIAMS, 1997: 141)[17].

Os biólogos consideram mais útil quando se trabalha a equação logística com dados normalizados, de modo que o resultado da equação varie de 0 a 1, sendo 0 a população mínima e 1 a população máxima possível. Essa é a função da parte $(1- x_t)$ na equação. Essa característica da equação logística permitiu sua aplicação na determinação do âmbito textural, uma vez que, como visto anteriormente, a densidade relativa varia de 0 a 1, na qual 1 é a densidade de um *cluster*.

---

(1985), Miranda (2001) e Puig (2005). É importante ressaltar que o objetivo do presente artigo é descrever um planejamento textural específico, traçado a partir dos resultados alcançados com a utilização da Equação Logística. Assim, foge ao escopo do objetivo a elaboração de um "mosaico" com as diversas formulações prescritivas de outros autores que também utilizaram sistemas não lineares na música.

[16] A originalidade da pesquisa, aqui apresentada, está associada a um planejamento textural específico. A pesquisa é original na medida em que, na literatura, a utilização de sistemas não lineares está associada a processos emergenciais, prescritivos; e tais processos não estão relacionados à elaboração de um planejamento macroestrutural. Assim, a originalidade da pesquisa não dialoga, necessariamente, com a grande maioria dos trabalhos publicados sobre a utilização de sistemas caóticos não lineares em música.

[17] "Dependendo do valor de k, a equação pode mostrar atratores de pontos fixos (para $k < 3$), ciclos (para k entre 3 e em torno de 3.57), ou caos (para k maiores que 3.57). [...] O consenso entre os matemáticos parecer ser o de que a maioria das equações discretas não lineares podem levar ao caos, desde que haja uma escolha apropriada dos parâmetros" (WILLIAMS, 1997: 174).

Na relação descrita acima, se a constante k for maior que 1, a evolução da espécie que o modelo representa dominaria a Terra, já que a população se multiplicaria eternamente. Para tornar o modelo mais realístico considera-se, $x_{t+1} = k \cdot x_t(1-x_t)$.

Na obra *Chaos Theory Tamed,* Garnett Williams explica que:

> Pegar um valor pequeno para xt deixa a quantidade de 1-xt próximo de 1. Toda a parte direita da equação ficará próxima de kxt. Assim, a população aumenta enquanto xt aumenta, embora não proporcionalmente a xt. Em outras palavras, a população está apta a crescer quando xt se aproxima de zero. Por outro lado, com valores relativamente altos de xt (por exemplo, um valor um pouco menor que o máximo de 1), a quantia de 1- xt torna-se pequena (próxima de zero). A parte direita da equação fica pequena. O crescimento é, portanto, pequeno (WILLIAMS, 1997: 141, tradução nossa)[18].

Para simularmos a evolução da população no tempo, precisamos iterar ou realimentar a equação logística. Isso significa que, estabelecendo um $x_t$ inicial e um valor para k, devemos calcular o valor de $x_{t+1}$ e em seguida fazer um novo cálculo, tendo como $x_t$ o valor obtido em $x_{t+1}$ anteriormente.

Por exemplo, admitamos inicialmente $x_t$ igual a 0,45 e k igual a 4. Teríamos:

$$x_{t+1} = 4 \cdot 0{,}45(1-0{,}45)$$

$$x_{t+1} = 0{,}99$$

Em seguida, nosso valor de $x_t$ seria 0,75. Portanto:

$$x_{t+1} = 4 \cdot 0{,}99\ (1-0{,}99)$$

$$x_{t+1} = 0{,}03$$

[18] "Taking a small value for xt (say slightly above zero) leaves the quantity 1-xt close to 1. The entire right-hand side of Equation 10.1 (equal to the computed xt+1) then becomes almost equal to kxt. Thus, the population increases as xt increases, although not in direct proportion to xt. In other words, population is apt to grow when xt is close to zero. Conversely, at relatively large values of xt (say a little less than the maximum possible value of 1), the quantity 1-xt becomes small (approaching 0). The right-hand side of the equation then becomes small. In other words, growth is small" (WILLIAMS, 1997: 141).

A constante k é que concede ou não o caráter caótico à equação (WILLIAMS, 1997: 145). À medida que se aumenta o valor de k, percebe-se grandes mudanças em seu comportamento. Fazendo isso com o valor inicial de $x_t$ igual a 0,45 e k igual a 3, os dois valores que teremos serão 0,74 e 0,57. Aumentando-se o k ainda mais, a oscilação passa a ser entre quatro valores e não mais dois.

Os gráficos nas Figuras 1 a 4 ilustram bem esse processo. Para a construção dos gráficos, consideramos o valor inicial $x_0$ igual a 0,45 e modificamos somente a constante k.

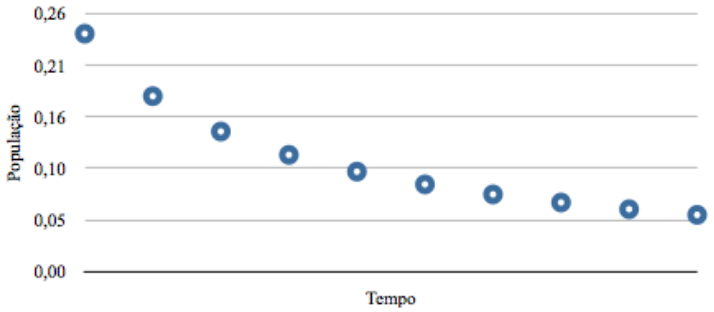



**Fig. 1:** Gráfico com valores da equação logística para k = 0,97.

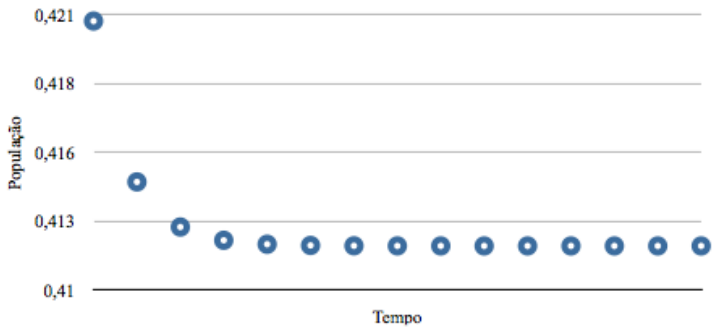



**Fig. 2:** Gráfico com valores da equação logística para k = 1,7.

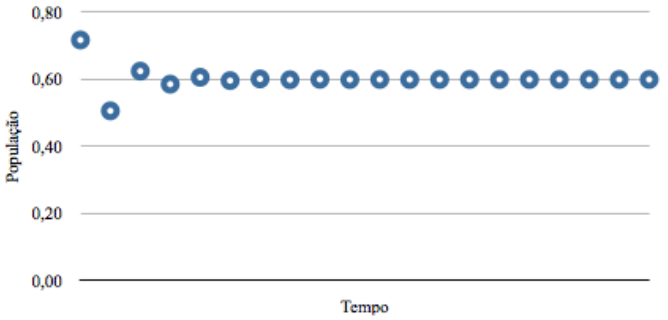



**Fig. 3:** Gráfico com valores da equação logística para k = 2,5.

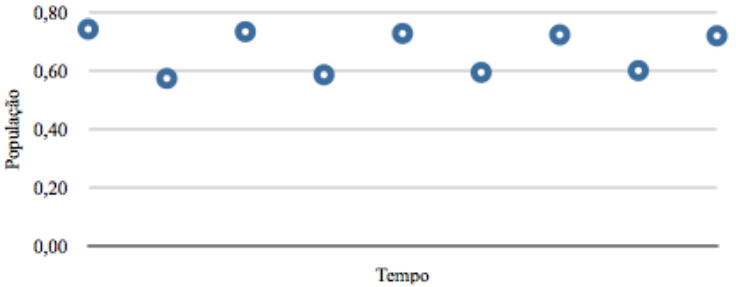



**Fig. 4:** Gráfico com valores da equação logística para k = 3.

No gráfico 1, a trajetória percorrida pela equação diminui com o tempo e tende a zero. No gráfico 2, a trajetória cai e se estabiliza em um determinado ponto. Algo parecido ocorre com o gráfico 3, que depois de apresentar alguma oscilação, estabiliza-se em um só ponto. No gráfico 4 ocorre sempre a oscilação entre dois pontos. Os pontos para onde o sistema é atraído são chamados de atratores. Para Williams, "atrator é um ponto ou

pontos no espaço fásico que, no decorrer do tempo (iterações), atraem todas as trajetórias que emanam das condições iniciais" (WILLIAMS, 1997: 142)[19].

Algumas características importantes podem ser percebidas quando o valor de k varia entre 0 e 3. São elas:

- O sistema será atraído para o mesmo atrator independentemente do valor inicial de $x_t$;
- O atrator é zero para qualquer 0<k<1;
- Quando 0<k<2, a trajetória aproxima-se do atrator por apenas um lado (gráficos 1 e 2 acima); quando k>2, a trajetória oscila em torno do atrator para depois se estabilizar (gráfico 3).

A equação logística não apresentará um desenvolvimento caótico para valores de k inferiores a 3,569. Para valores de k a partir de 3, ocorre o que se chama de bifurcação. "Bifurcação é uma mudança qualitativa repentina no comportamento do sistema que ocorre em um valor fixo de um dos seus parâmetros" (WILLIAMS, 1997: 146, tradução nossa)[20]. No gráfico 4, vemos que a linha oscila sempre entre dois pontos para k igual a 3. O atrator do sistema passar a ser, portanto, de dois pontos.

Ao se igualar o k a 3,5, o período passa a ser de quatro pontos para qualquer valor inicial de xt: 0,875, 0,383, 0,827 e 0,501. A partir desse ponto, pequenas mudanças no valor de k fazem com que o sistema se bifurque em mais pontos. Para k igual a 3,5441, o sistema oscilará entre oito pontos. Para k igual 3,5644, 16 pontos. Com isso, podemos estabelecer a ideia de período, que segundo Williams "é a quantidade de tempo ou número de iterações necessárias para um sistema voltar ao seu estado original" (1997: 145)[21]. Um atrator que oscila sempre entre dois valores é um atrator de período dois[22]. Para k no intervalo entre 3,569 e 4 o estado do sistema passa por muitos valores diferentes, não obedecendo nenhuma regra. Este tipo de comportamento é denominado de caótico. O

[19] "[...] an attractor is the phase space point or points that, over the course of time (iterations), attract all trajectories emanating from some range of starting conditions" (WILLIAMS, 1997: 142). Atrator é uma propriedade inerente de sistemas não lineares, ou seja, é definida e fundamentada por diversos autores que abordam o caos determinístico. Citamos Willians como um exemplo desses autores. Na equação logística, o valor do atrator é igual a k-1/k.

[20] "A bifurcation is a sudden qualitative change in a system's behavior, occurring at a fixed (critical) value of a control parameter" (WILLIAMS, 1997: 146). No nosso caso, o parâmetro de controle é o k.

[21] "A period is the amount of time or number of iterations needed for a system to return to its original state" (WILLIAMS, 1997: 145).

[22] A fórmula k-1/k não é válida para atratores periódicos.

estudo dos atratores de um sistema caótico também pode gerar aplicações musicais, especialmente dos fractais[23].

A Fig. 5 demonstra o que foi descrito acima. Trata-se do diagrama de Poincarè, em que, no eixo x temos os possíveis valores de k e, no eixo y, os atratores do sistema. Perceba que quando o eixo x está em 3, ou seja, k igual a 3, dá-se início à bifurcação conforme descrevemos. As bifurcações gradativamente aumentam até que chegamos no caos (parte escura da figura).

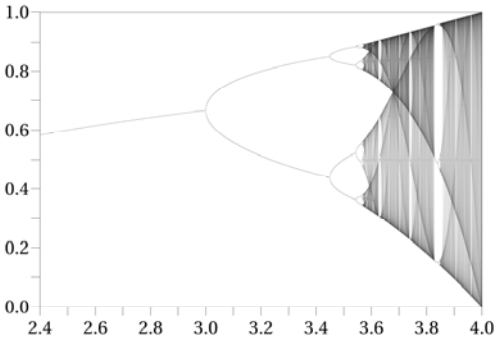



**Fig. 5:** Diagrama de Poincarè.

Em suma, a equação logística apresenta quatro diferentes situações, dependendo do valor de k:

- Para k menor ou igual a 1, o atrator do sistema é o valor "0" (zero);
- Para k entre 1 e 3, o atrator do sistema é um ponto fixo;
- Para k entre 3 e 3,569, ocorrem os atratores periódicos com 2, 4, 6, 8, 16 etc. pontos;
- Para k maior que 3,569 e menor que 4, o sistema entra em comportamento caótico e seu atrator tem infinitos pontos.

[23] O planejamento textural de uma composição musical a partir do conceito de fractais está em fase de pesquisa. Os resultados dessa implementação da abordagem caótica serão apresentados em trabalhos futuros.

O plano da evolução da textura no decorrer da peça *Logistic Textures II* está baseado nos dados obtidos com a equação logística, considerando k = 4 e valor inicial de $x_t$ = 0,4 , como podemos observar na tabela 1, abaixo. Nessa tabela, inserimos alguns valores da iteração da equação. A coluna y = $kx_t$ (1 - $x_t$) apresenta o resultado da equação que representa o valor utilizado para densidade relativa.

| Compasso | xt | xt+1 = kxt(1 - xt) |
|---|---|---|
| 1 - 2 | 0,40 | 0,96 |
| 3 - 4 | 0,96 | 0,15 |
| 5 - 6 | 0,15 | 0,52 |
| 7 - 8 | 0,52 | 1,00 |
| 9 - 10 | 1,00 | 0,01 |
| 11 - 12 | 0,01 | 0,03 |
| 13 - 14 | 0,03 | 0,10 |
| 15 - 16 | 0,10 | 0,36 |
| 17 - 18 | 0,36 | 0,92 |
| 19 - 20 | 0,92 | 0,30 |
| 21 - 22 | 0,30 | 0,84 |
| 23 - 24 | 0,84 | 0,55 |
| 25 - 26 | 0,55 | 0,99 |
| 27 - 28 | 0,99 | 0,03 |
| 29 - 30 | 0,03 | 0,13 |
| 31 - 32 | 0,13 | 0,47 |
| 33 - 34 | 0,47 | 1,00 |
| 35 - 36 | 1,00 | 0,02 |
| 37 - 38 | 0,02 | 0,07 |
| 39 - 40 | 0,07 | 0,26 |
| 41 - 42 | 0,26 | 0,77 |
| 43 - 44 | 0,77 | 0,70 |
| 45 - 46 | 0,70 | 0,84 |
| 47 - 48 | 0,84 | 0,53 |
| 49 - 50 | 0,53 | 1,00 |
| 51 - 52 | 1,00 | 0,02 |
| 53 - 54 | 0,02 | 0,06 |
| 55 - 56 | 0,06 | 0,24 |
| 57 - 58 | 0,24 | 0,73 |
| 59 - 60 | 0,73 | 0,78 |
| 61 - 62 | 0,78 | 0,68 |
| 63 - 64 | 0,68 | 0,88 |
| 65 - 66 | 0,88 | 0,43 |
| 67 - 68 | 0,43 | 0,98 |
| 69 - 70 | 0,98 | 0,07 |

**Tab. 1:** Trecho da evolução das densidades relativas da peça *Logistic Textures II.*

Abaixo, apresentamos o gráfico da iteração da equação logística (Fig. 6), o que nos forneceu os valores para a densidade relativa de toda a peça.

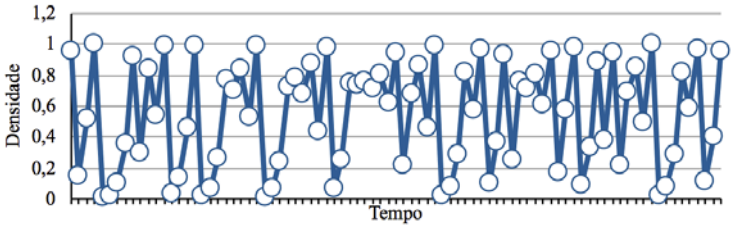



**Fig. 6:** Evolução da densidade relativa na peça *Logistic Textures II*.

De posse de todos os valores de densidade relativa, encontramos então relações numéricas que equivalessem a cada um dos pontos do gráfico, lembrando que a densidade relativa é fornecida pela divisão da densidade absoluta pelo âmbito, como descrito anteriormente. Na Fig. 7, mostramos um trecho do planejamento das relações obtidas com os valores da equação logística[24].

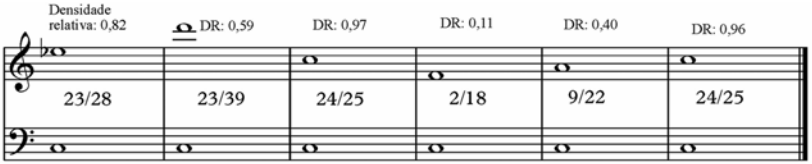



**Fig. 7:** Última linha do planejamento das proporções da peça *Logistic Textures II*.

Por exemplo, o último valor obtido com a equação logística foi de 0,96. Tal valor pode ser obtido com a relação 24/25. Nesse caso, teremos densidade número de 24, âmbito de 25, com a consequente densidade relativa de 0,96. Esse valor pode ser também

[24] A lacuna existente entre a percepção musical e a proposta matemática é um problema inerente à própria formalização do processo composicional. Assim, por exemplo, a escuta das obras de Xenakis também não revela os processos estocásticos envolvidos na obra.

alcançado com a relação 48/50. Dessa forma, o valor extraído da equação logística nos fornece múltiplas possibilidades para sua realização musical. Muito embora, no exemplo acima, o âmbito de 25 tenha sido representado pelas duas notas Dó separadas por duas oitavas, isso não necessariamente ocorreu na peça. O âmbito será sempre de 25 quando a nota mais grave estiver a duas oitavas de distância da mais aguda. Isso vale para todas as relações.

O compasso 29 da peça em questão, que tem a relação 5/38, foi realizado musicalmente da seguinte maneira[25]:

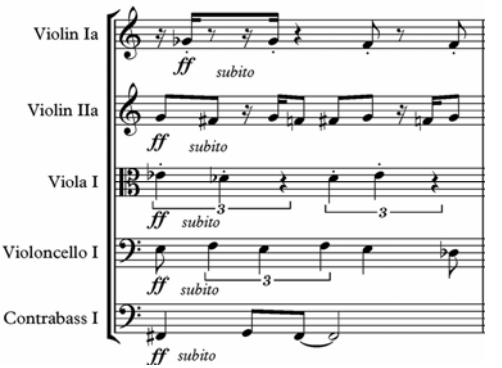



**Fig. 8:** Exemplo da realização musical da relação 5/38. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 29).

Pedro Henrique de Faria e Jônatas Manzolli também utilizam a mesma equação caótica em suas músicas com o intuito de criar controle sobre ritmo, dinâmica e timbre. Os autores referem-se à constante k como r e afirmam:

> Cada controle foi associado a um mapa logístico. O compositor controla a geração de novos estados do mapa variando o valor do parâmetro de r. A relação dos valores com a geração de todo o material está diretamente relacionada ao nível de complexidade do mapa logístico: quanto maior a variação dos valores (maior quantidade de bifurcações e propensão a instabilidade) do atrator, maior variedade

[25] A análise do trecho em questão deve ser feita de maneira horizontal, valorizando-se a passagem do tempo, e não analisando as notas apresentadas como *cluster*.

> de material obtém-se em todos os parâmetros musicais (FARIA; MANZOLLI, 2012: 1216).

Jônatas Manzolli também produz e sintetiza sons utilizando sistemas não lineares para controlar seus parâmetros (MANZOLLI, 1993: 2).

Além de Faria e Manzolli, Diana Dabby também utiliza o preceito do caos em sua música. A compositora, entretanto, gera variações de peças de compositores como Bach, a partir da teoria do caos. Segundo a autora:

> Um mapeamento caótico fornece técnicas para gerar variações musicais de um trabalho original. Tal técnica, baseada na sensibilidade das condições iniciais das trajetórias caóticas, produz mudanças na sequência de alturas da peça (DABBY, 1996: 1)[26].

Liduino Pitombeira utiliza a definição de fractais e da característica de autossimilaridade destes para definir os conjuntos de classe de alturas que utilizará na sua composição:

> Todos os conjuntos tricordais dos tetracordes 0167, 0268 e 0369 são idênticos entre si e possuem propriedades intervalares bastante similares aos tetracordes geradores. [...] as formas primas de todos os tricordes possíveis (mostrados na vertical) gerados a partir do tetracorde 0167 pertencem à classe 016, ou seja, todos possuem uma segunda menor e um trítono (PITOMBEIRA, 2009: 1).

A seguir, abordaremos aspectos analíticos da peça *Logistic Textures II*, composta por Felipe Grisi, seção por seção, comentando não só suas características de densidade, mas também a questão estrutural e timbrística, dentre outros aspectos[27].

---

[26] "A chaotic mapping provides a technique for generating musical variations of an original work. This technique, based on the sensitivity of chaotic trajectories to initial conditions, produces changes in the pitch sequence of a piece" (DABBY, 1996: 1).

[27] A ampla descrição de todo o planejamento textural e a respectiva realização musical impedem a descrição e análise de obras de outros compositores que utilizaram sistemas caóticos não lineares na

## Aspectos analíticos da peça *Logistic Textures II*

Além do planejamento textural, originado pela teoria do caos, a composição partiu de um plano macroestrutural[28], apresentado no apêndice deste artigo. Tal plano foi elaborado para conceder forma à peça *Logistic Textures II*. Para a composição da peça, adotamos os princípios formais explicitados por Mary Wennerstrom[29]. Segundo a autora: "Forma implica em uma organização de materiais em um todo com significado que pode ser apreendido auralmente como um complexo estético" (WENNERSTROM, 1975: 1, tradução nossa)[30]. E ainda continua, afirmando:

> Para se compreender a música do século XX, é necessário primeiro entender quais materiais estão sendo empregados. O ouvinte precisa estar ciente de que qualquer evento em qualquer parâmetro (altura, duração, timbre e dinâmica) pode ter uma função formativa na música e contribuir para o formato resultante da peça. (WENNERSTROM, 1975: 1, tradução nossa)[31].

---

composição. É o caso, por exemplo, da abordagem derivada dos fractais na composição do primeiro estudo para piano, *Désordre*, de György Ligeti. Vários autores analisam o processo composicional do referido estudo, dentre eles: Steinitz (1997), Clendinning (1993), Kinzler (1991) e Morrison (1985).

[28] O planejamento macroestrutural pode ser entendido aqui com base nos procedimentos prévios, em torno do direcionamento das ideias musicais, que colaboram para a configuração da peça como um todo, caracterizando também partes ou seções (ALVES, 2011: 161). O planejamento macroestrutural, bem como a instrumentação e o ritmo, não têm ligação direta com a teoria do caos descrita anteriormente, esta que foi utilizada na formulação do planejamento textural em questão.

[29] Os referidos princípios formais não estão relacionados com a utilização da equação logística. No caso, os princípios formais foram utilizados no planejamento da condução do discurso musical, do ponto de vista da macroforma. Os valores alcançados com a equação logística propiciaram a realização subjacente das disposições texturais na microforma. Assim, a originalidade da pesquisa reside justamente em não utilizar uma abordagem *bottom-up*, relacionada com as características emergentes de processos composicionais, presente na maioria dos trabalhos publicados sobre a utilização de sistemas caóticos não lineares.

[30] "Form implies the organization of materials into a meaningful whole - a whole that can be apprehended aurally as an aesthetic complex" (WENNERSTROM, 1975: 1).

[31] "The understanding of twentieth-century music requires first an understanding of the materials which are being employed. The listener must start with the idea that any event in any parameter (pitch, duration, timbre, dynamics) can have a formative function in the music and can contribute to the resultant shape of the piece" (WENNERSTROM, 1975: 1).

Outros estudiosos também se debruçaram sobre o assunto, elaborando diferentes conceitos de forma. Um deles é H.J. Koellreutter, que afirmava que:

> Forma é a maneira pela qual os meios expressivos se organizam em função do princípio estético da unidade na variedade. É o todo que resulta da disposição e do relacionamento dos componentes e das partes constituintes (estrutura) da composição. É o modo sob o qual a composição se manifesta, é a concretização de uma ideia. A forma tem como elementos básicos a repetição, o contraste e a variação (KOELLREUTTER, 1987: 30).

A ideia de estrutura, além do conceito de forma, tem uma abordagem diferente na música contemporânea. Enquanto que, até o século XX, "um trabalho musical era considerado como uma série de unidades postas juntas para formar um todo" (KOELLREUTTER, 1987: 2), em muitos aspectos composicionais da música contemporânea a forma é entendida como "[...] um processo ao invés de um formato arquitetônico [...]" (1987: 2). A estrutura da música contemporânea, portanto, "é um o resultado de uma combinação de formas antigas, novo vocabulário e processos inovativos de criação de formas" (1987: 3). Ainda segundo o autor:

> Entende-se por estrutura a disposição, o relacionamento e a ordem dos componentes e das partes constituintes da composição. É uma maneira de se disporem e relacionarem os diversos elementos constituintes da composição. Neste sentido, a estrutura pode ser modal, tonal, serial, dodecafônica, planimétrica e etc. (KOELLREUTTER, 1987: 29).

Wennerstrom apresenta uma classificação das principais formas utilizadas pelos compositores da música contemporânea. Essas seriam: formas seccionais, de desenvolvimento, variacionais, além das estratificadas e interpoladas. A peça *Logistic Textures II* foi composta a partir do conceito de formas estratificadas e interpoladas. A autora conceitua:

> Apesar dos procedimentos de desenvolvimento e variação ainda serem importantes, os compositores contemporâneos também aplicaram uma abordagem mais

> segmentada aos seus materiais, o que pode levar a trabalhos musicais integrados quando combinados com elementos reiterados. Esses segmentos podem consistir em pequenos fragmentos de material ou de camadas, ou ainda blocos de material. Essas unidades podem ser apresentadas superpostas, justapostas ou interpoladas em outro material para criar um padrão de interrupção, por exemplo (WENNERSTROM, 1975: 47, tradução nossa)[32].

Na primeira metade do século XX, os compositores passaram a utilizar as formas estratificadas e interpoladas com mais frequência. Para Wennerstrom:

> A compreensão desse tipo de forma requer uma nova abordagem de bloco; ao invés de seguir o desenvolvimento orgânico de uma ideia, o ouvinte precisa perceber unidades completamente separadas em várias combinações. Essas unidades são tratadas de várias maneiras possíveis, algumas enfatizando contraste direto, outras incorporando processos de transformação (WENNERSTROM, 1975: 48)[33].

Mary Wenerstrom ainda explica detalhadamente os processos texturais, estes que tiveram grande importância no plano e na composição da peça *Logistic Textures II*. Segundo a autora, os processos texturais classificam-se da seguinte forma (1975: 48):

Processos texturais de contrastes:

- Extratificações. Disposição da textura em camadas, ou a operação independente de mais de um parâmetro simultaneamente.
- Justaposições. Mudança abrupta de elementos.
- Interpolações. Mudança abrupta de elementos com (quase imediata) continuação da primeira ideia.

---

[32] "[...] twentieth century composers have also employed a more segmented approach to materials, which can lead to integrated musical works when combined with return factors. These segments may consist of small bits of materials, [...], or of layers or blocks of materials [...]. These units can be presented superimposed, juxtaposed or interpolated into other material to create an interruption pattern on a higher level" (WENNERSTROM, 1975: 47).

[33] "An understanding of this type of forms requires a new block approach; instead of following the organic development of an idea, the listener must perceive separate complete units in various combinations. These units are treated in many possible ways, some emphasizing direct contrast and some incorporating transformation processes" (WENNERSTROM, 1975: 48).

Processos texturais de conexões:

- Amálgama. Síntese de eventos sonoros dentro de uma unidade interparamétrica onde os parâmetros atuam conjuntamente.
- Gradação. Mudança gradual dentro de um parâmetro ou uma sobreposição de dois blocos sonoros.
- Dissolução. A separação de uma unidade interparamétrica em suas partes componentes, onde normalmente cada parte é desenvolvida independentemente.

Marcos Lucas, comentando a respeito dos processos de estratificação, enumera vários compositores que utilizam tais processos. Segundo o autor:

> [...] são muitos os compositores que fazem uso de estratificação, como Elliot Carter, Gunther Schuller, Penderecki, Ligeti, Lutoslawski, etc. Observe-se que se compositores das mais diversas correntes estéticas fazem uso desta técnica, é porque trata-se na verdade de um processo que independe do material musical utilizado, não se restringindo a nenhuma corrente em particular (LUCAS, 1995: 84).

Os procedimentos acima concedem diferentes elementos que contribuem para a elaboração e o encadeamento das unidades que compõem a forma. É necessária uma boa percepção para que se note padrões em larga escala ou para entender o equilíbrio entre unidades. Com isso em mente, foi elaborado um plano macroestrutural para toda a peça, de maneira que suas seções fossem demarcadas por diferentes tipos de articulação, tendo cada seção alguns fragmentos de outra. Aproxima-se, assim, da forma sinerética descrita por Koellreutter da seguinte maneira:

> Procede de maneira acausal, associando conceitos aparentemente distintos. Tem origem no pensamento arracional (paradoxal, esférico). Sua estruturação é assimétrica, aperiódica. Tem como características estruturais a mudança permanente dos signos musicais por variação, transformação, rotação, etc., isto é, sofre processo de metamorfose tendendo à formação de campos limitados, tomados isoladamente em relação a outros. Os contrastes e os contrários se fundem numa multiplicidade ilimitada de signos musicais. A unidade formal resulta de um processo integrado (sinérese). Exige uma percepção sistática, integradora (KOELLREUTTER, 1987: 30).

**Seção A**

A primeira seção da peça estende-se do compasso 1 ao compasso 22. A peça inicia-se com uma grande gradação em todas as cordas, compondo uma alta densidade, como mostra a Fig. 9 (em página seguinte). Aqui, a relação densidade número/âmbito é de 24/25, o que nos dá uma densidade relativa de 0,96.

Nessa seção, são utilizadas alturas sustentadas e as variações de articulação são bastante esparsas. Outro ponto importante é a oposição entre notas *senza* vibrato e *molto* vibrato; este, que por sua vez permeia toda essa primeira seção, aparecendo a princípio de maneira parcimoniosa e mais tarde contaminando toda a parte, como ocorre nos compassos 15 a 19, exemplificados na Fig. 10 (em página seguinte).

Ainda no início da peça, aparecem alguns *pizzicati* que são um prenúncio da terceira seção, que é composta somente por esse tipo de articulação (cf. seção C, Fig. 20). No compasso 9, aparece um ruído na tentativa de traduzir musicalmente o que seria uma textura próxima do zero (Fig. 10).

No que diz respeito às densidades, ocorre um momento bastante interessante ainda no início da peça, no trecho que vai do compasso 7 ao 10 (Fig. 11), onde a densidade relativa é de 1, máxima possível (comp. 7 e 8) e, em seguida, de 0,01 (comp. 9 e 10), a de menor valor em toda a peça.

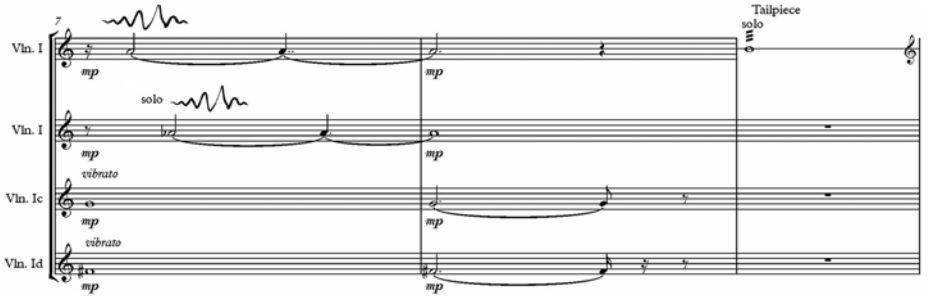



**Fig. 11:** Mudança súbita da densidade relativa máxima (1) para 0,01. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 7-9).

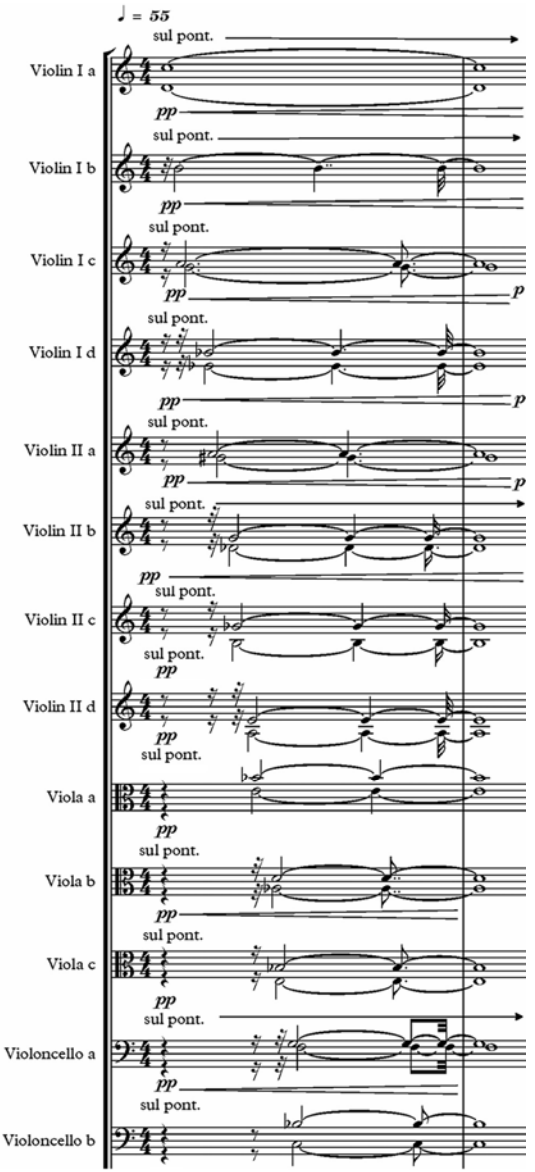



**Fig. 9:** Realização musical da densidade relativa de 0,96. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 1-2).

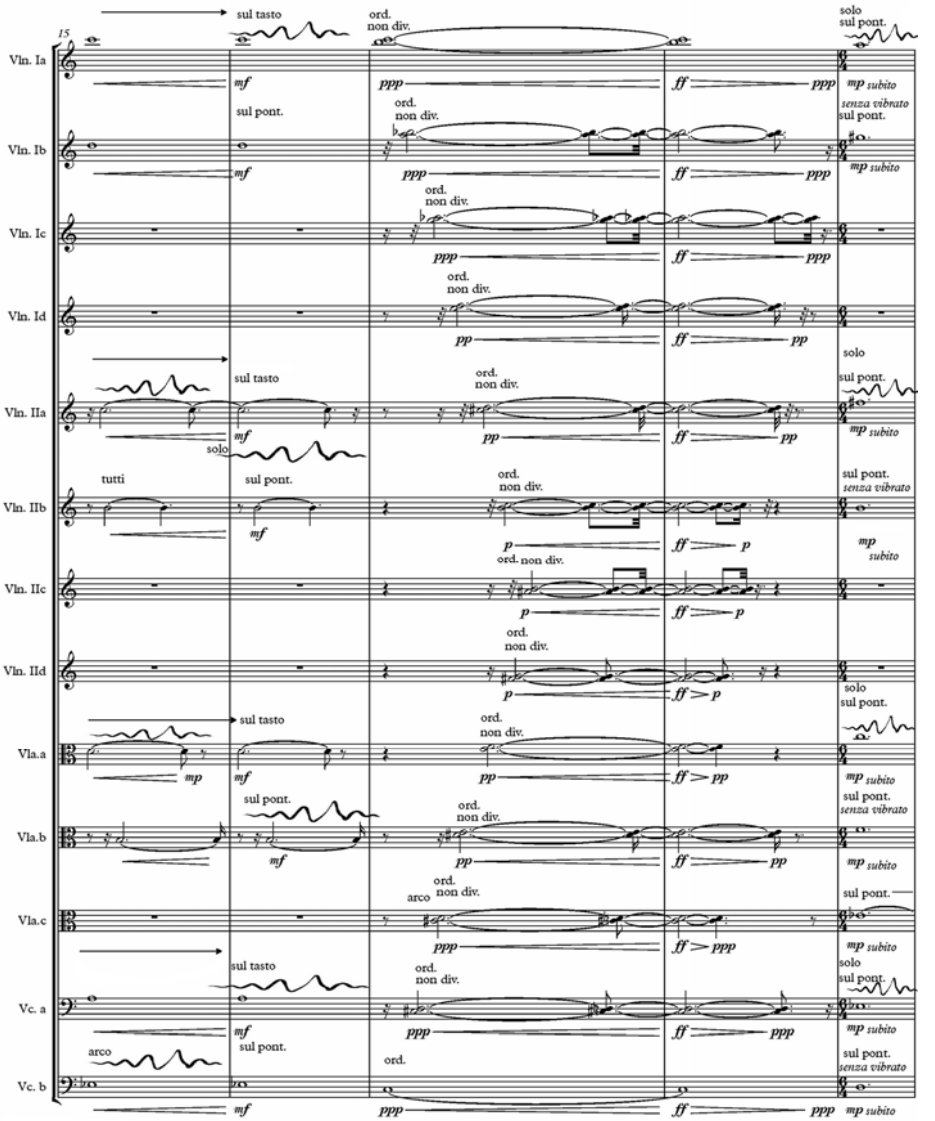



**Fig. 10:** Demonstração da oposição entre o *senza* e o *molto* vibrato. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 15 a 19).

## Transição

No compasso 23 se inicia a transição entre a primeira seção, marcada pela utilização de notas sustentadas, e a segunda, predominantemente de textura micropolifônica (Fig. 12, em página seguinte)[34]. Há, portanto, a utilização de elementos dessas duas seções.

Como previsto no plano macroestrutural, o processo textural característico dessa transição é a amalgamação. Ocorrem também as modulações tímbricas, dessa vez em articulações diferentes, como os trêmulos da Fig. 13:

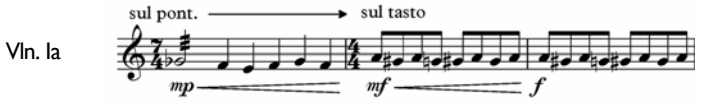



**Fig. 13:** Modulação tímbrica com articulações. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 30).

Como citado anteriormente, alguns elementos predominantes da seção B já fazem suas primeiras aparições ainda na parte em análise, mesclando-se com elementos da seção. A Fig. 14 mostra uma modulação tímbrica explorada sobre elementos que irão compor a microplifonia de próxima seção.

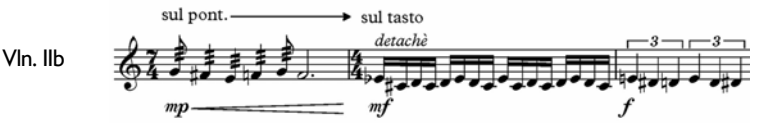



**Fig. 14:** Apresentação dos elementos da micropolifonia. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 30).

[34] Para Paulo Zuben, a micropolifonia "organiza as entradas e durações das notas de cada voz afim de que, durante um determinado período de tempo, um aglomerado harmônico específico seja ouvido com uma constante movimentação interna, isto é, uma flutuação sonora" (ZUBEN, 2005: 137).

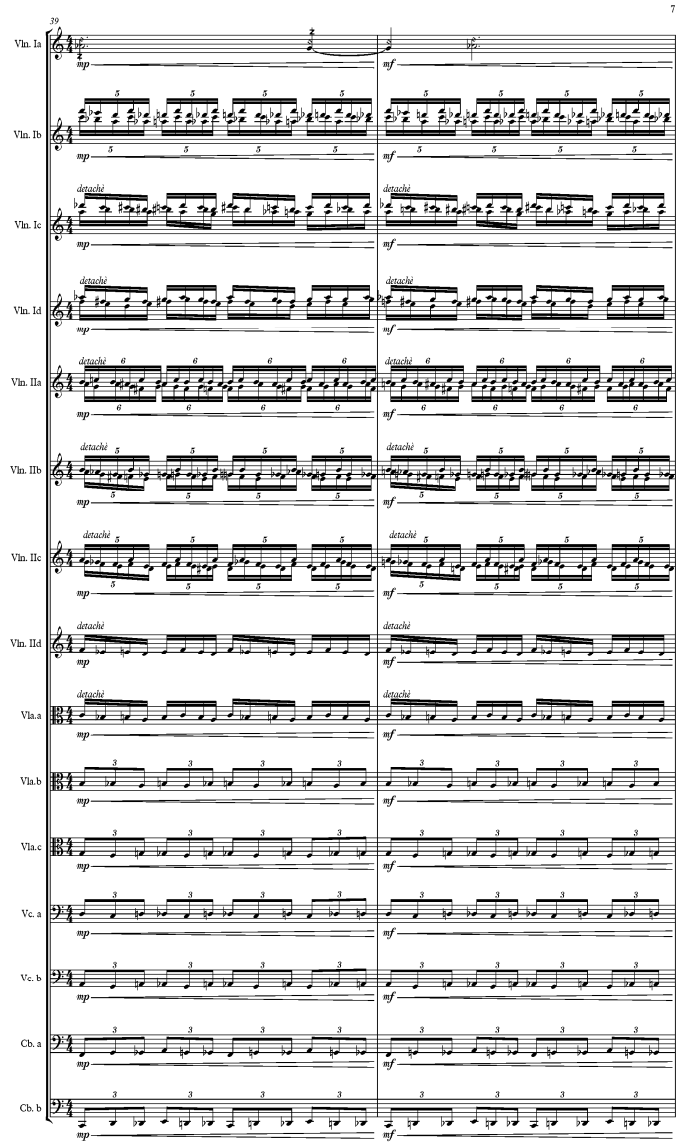



**Fig. 12:** Exemplificação do procedimento utilizado na transição. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 39-40).

Nessa transição ocorre o que chamamos de contraponto rítmico[35], apresentado nos compassos 39 e 40 (cf. Fig. 12). Esse tipo de escrita permeia toda a transição até a entrada definitiva da seção de micropolifonia.

**Seção B**

Na seção B ocorre a micropolifonia. Os ritmos, na maior parte do tempo, estão em sextinas, quintinas, semicolcheias e tercinas, como demonstrado na Fig. 15 (em página seguinte).

Os instrumentos estão sempre em *detaché* e praticamente não há exploração de recursos tímbricos nessa seção. Em alguns trechos ocorrem vários *divisi* entre as cordas para se conseguir a densidade prevista nos resultados apresentados pela equação logística. A Fig. 16 (em página seguinte) apresenta os compassos 58 e 59, onde a densidade equivale a 0,73. Assim, temos uma densidade absoluta de 41, alcançada pelos *divisi,* em um âmbito de 56 notas.

A micropolifonia é quebrada pela interpolação dos elementos das seções anteriores, quando reaparecem, em alguns momentos, notas sustentadas e o contraponto rítmico. A interpolação prevista no plano, portanto, é o processo textural característico da seção em análise.

Em alguns momentos foram inseridas pausas no intuito de interromper a fluidez da figura rítmica em questão. Quase sempre, os instrumentos trabalham com padrões rítmicos diferenciados. Entretanto, propositalmente, em alguns pequenos trechos, os instrumentos se firmam com um único padrão, trazendo uma massa mais homogênea, como demonstrado na Fig. 17 (em página seguinte).

Nos compassos demonstrados na Fig. 17, a densidade relativa equivale a 0,88, o que resultou em uma densidade absoluta de 35 e âmbito de 40.

[35] Contraponto rítmico, para nós, é aquele cuja ênfase é a independência das vozes em função da diferenciação rítmica e não das alturas, ou dos direcionamentos melódicos.

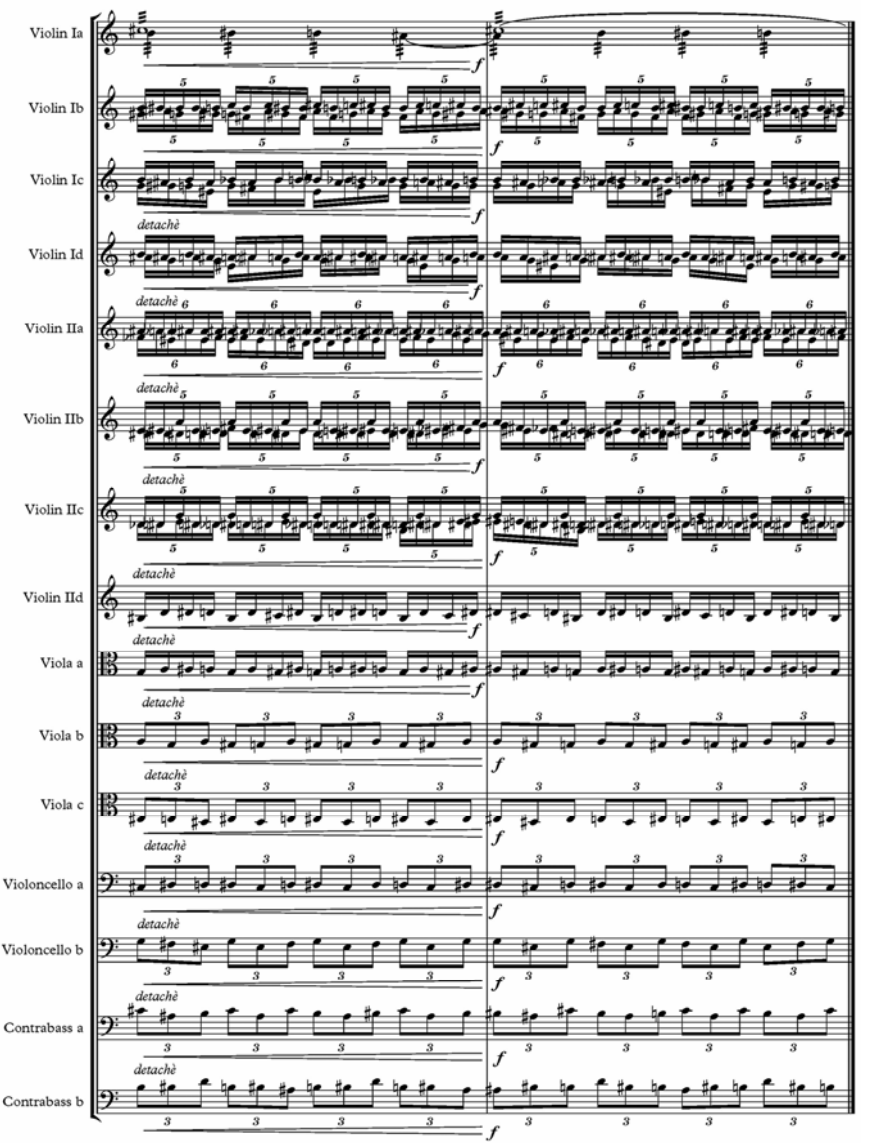



**Fig. 15:** Exemplo de micropolifonia utilizada na seção B. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 39 e 40).

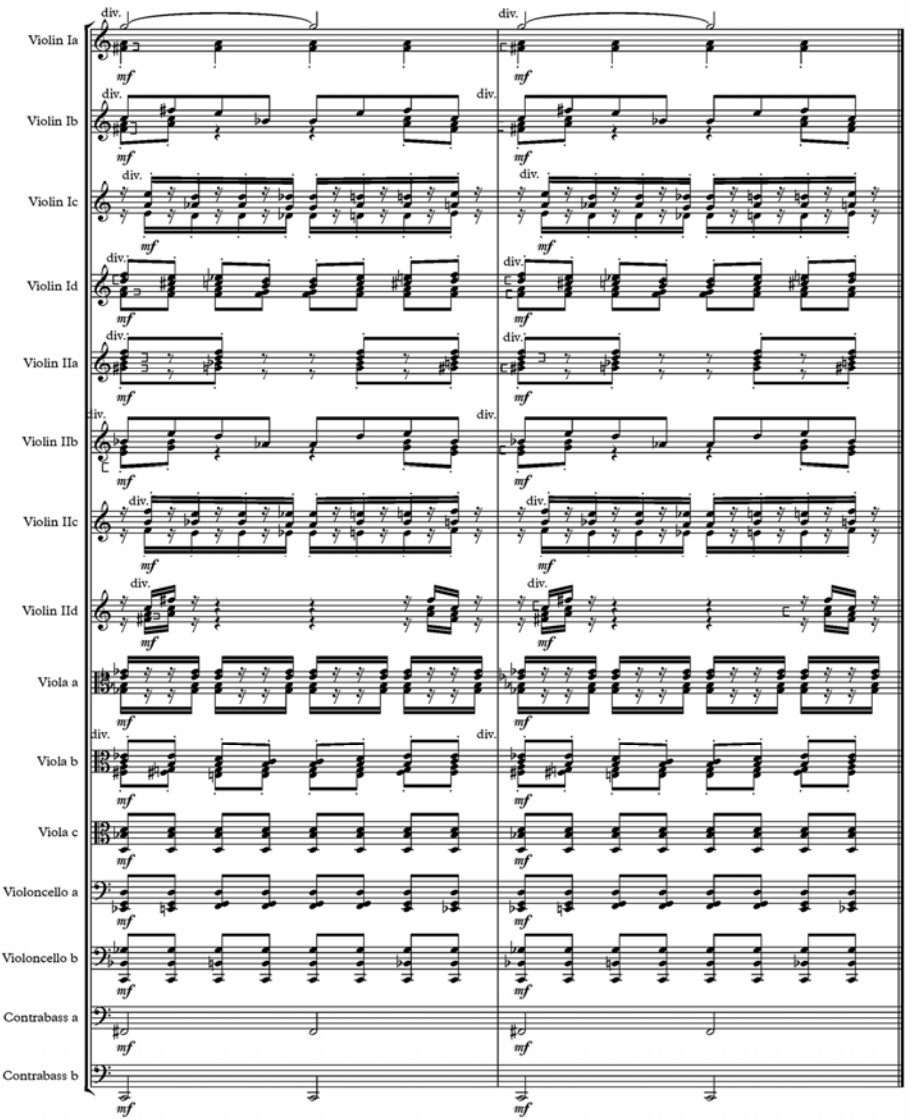



**Fig. 16:** Realização musical da densidade relativa 0,73 (densidade absoluta de 41 com âmbito de 56 notas). Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 57 e 58).

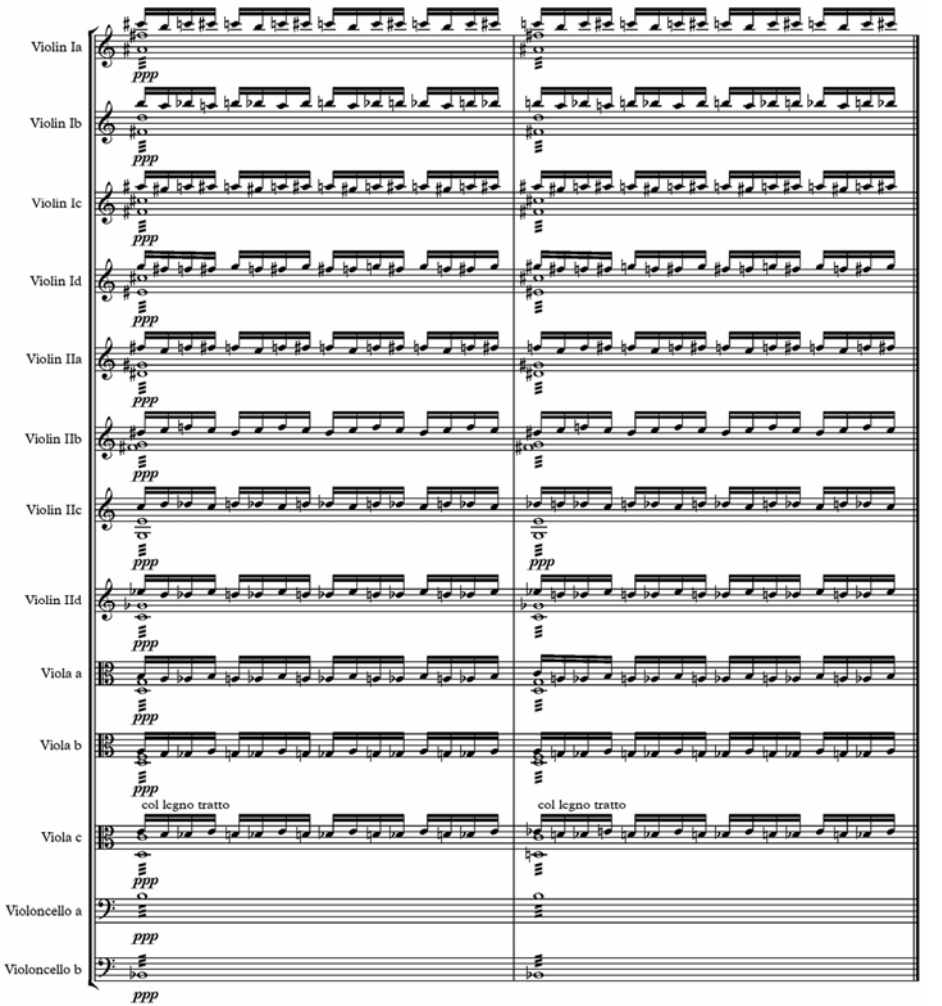



**Fig. 17:** Repetição de um mesmo padrão rítmico. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 63 e 64).

**Seção C**

Essa é a seção mais "rarefeita" da peça, pois possui uma textura pontilhista[36], composta inteiramente por *pizzicati*. Ocorrem mudanças bruscas de textura também. A distribuição rítmica é bastante irregular. Nesta parte, há uma variação no andamento da peça, que fica mais rápida com semínima igual a 100.

A Fig. 18 mostra como os *pizzicati* foram explorados, havendo participação de praticamente toda a orquestra, e ilustra também as bruscas mudanças de dinâmica.

A seção C está inserida em transição para a volta da textura micropolifônica. O que se percebe é que os elementos da micropolifonia vão reaparecendo, comportando-se como uma "ressonância" criada pelos *pizzicati*. Nesse ponto a peça retoma seu andamento original (semínima = 55).

**Seção B'**

Nessa seção ocorre a volta para a articulação em micropolifonia, retomando os elementos da sua primeira aparição. Ocorrem novamente interpolações com notas sustentadas que vão, desta vez, anunciar o retorno da seção A.

O outro procedimento textural previsto no planejamento macroestrutural é a justaposição. Nessa seção, ocorre a única gradação articulada no compasso 121, mostrada na Fig. 19 (densidade absoluta igual a 23, âmbito igual a 28, densidade relativa igual a 0,82).

Mais uma vez predominam os ritmos de sextinas, quintinas, semicolcheias e tercinas, com todas as cordas em *detaché*, com eventuais quebras por pausas.

[36] "É uma forma de textura caracterizada por articulações de sons isolados ou linhas descontínuas entremeadas por pausas, saltos melódicos, disjunções de registros e mudanças abruptas de timbre" (LUCAS, 1995: 91).

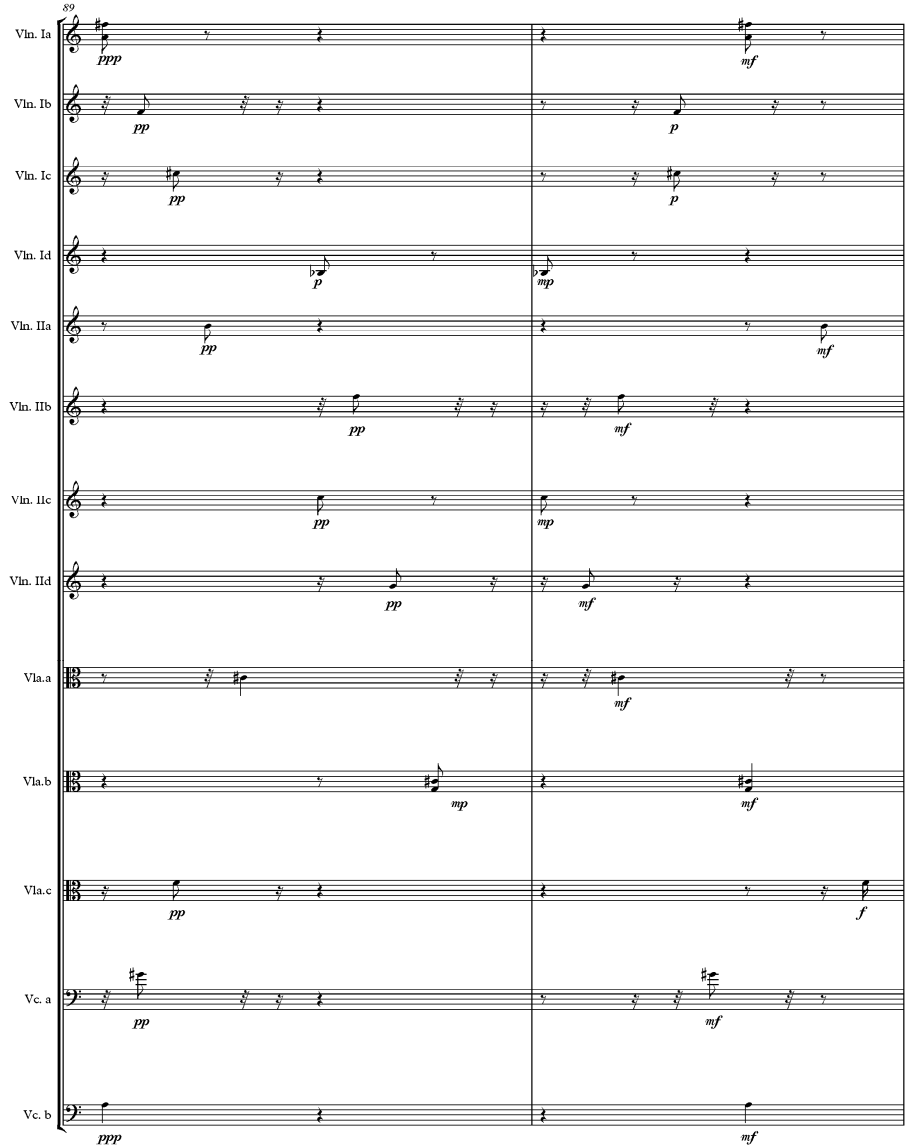



**Fig. 18:** Textura pontilhista, característica da seção C. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 89 e 90).

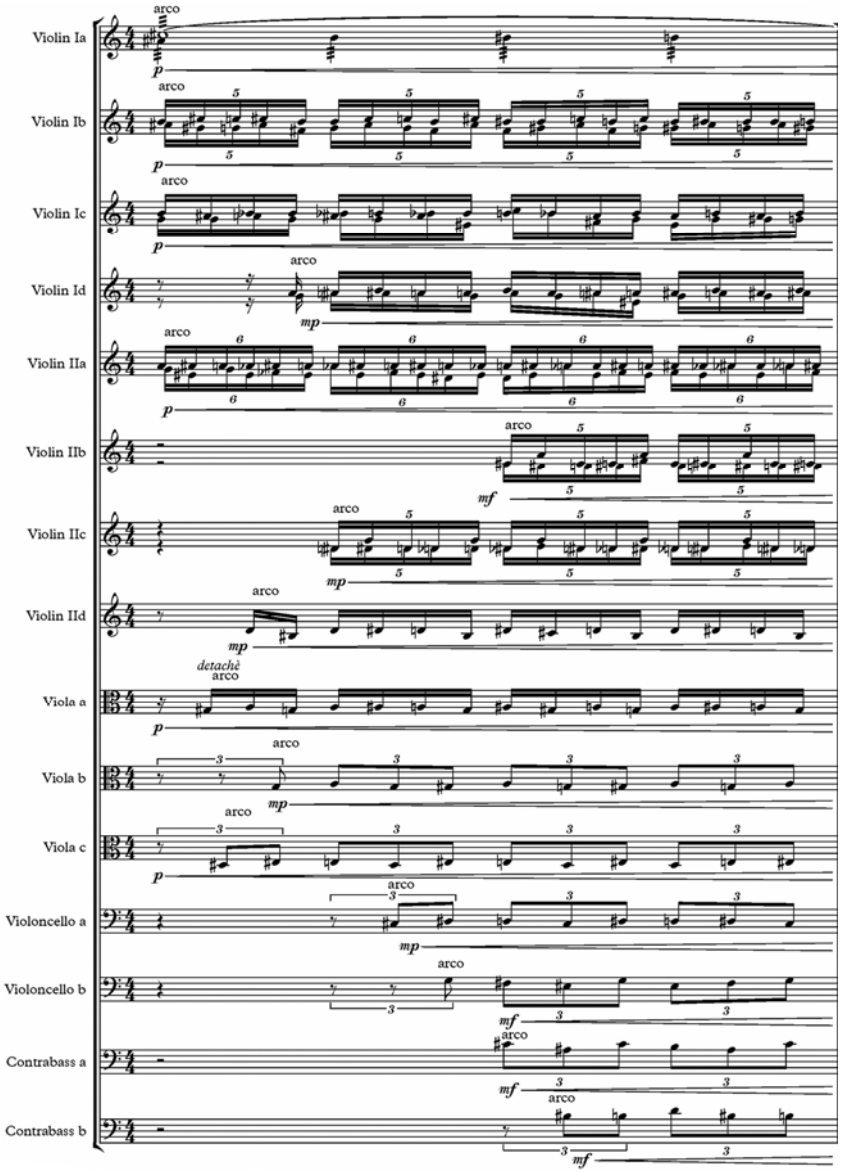



**Fig. 19:** Exemplo da gradação articulada. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 121).

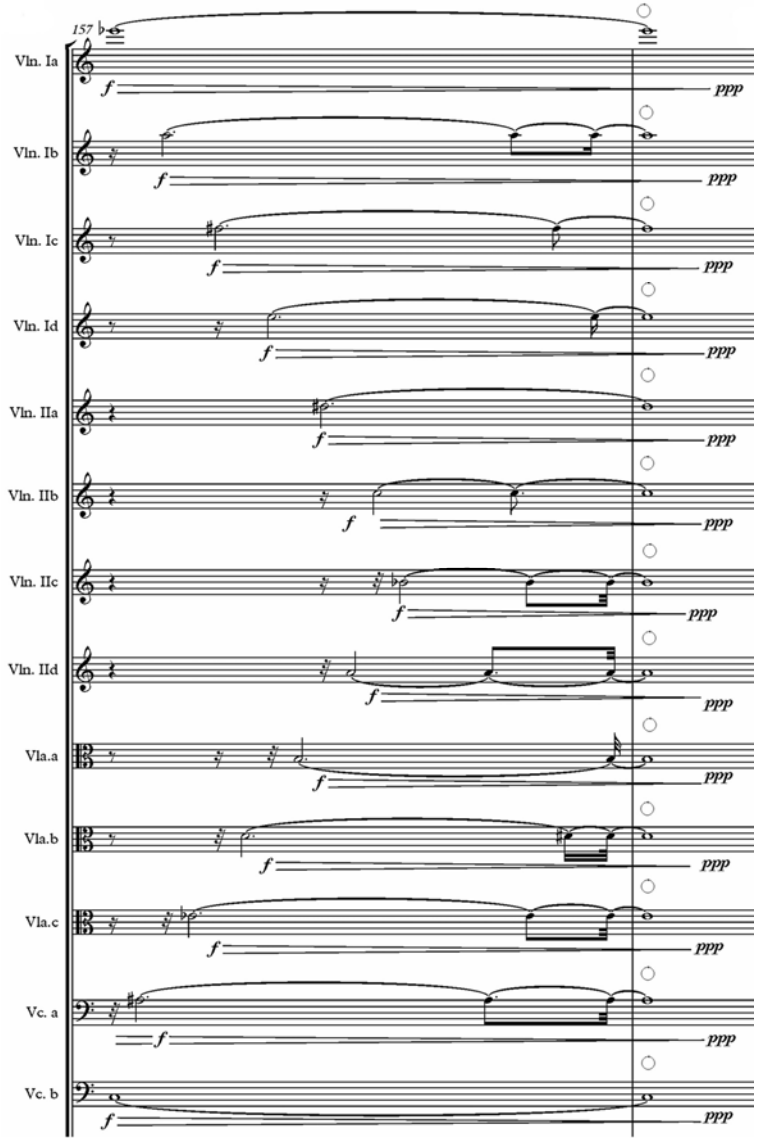



**Fig. 20:** Demonstração da utilização da arcada circular, como exemplo de variação timbrística. Felipe Grisi, *Logistic Textures II* (comp. 158).

**Seção A'**

A peça retorna para a seção A modificada, completando sua forma palindrômica[37]. Dessa vez, alguns novos recursos tímbricos aparecem, como arcos circulares[38] e portamentos. Novamente, o elemento de *senza vibrato* é retomado. A Fig. 20 demonstra a utilização do arco circular, além do processo textural de gradação, previsto no plano macroestrutural. No trecho, a densidade absoluta foi de 12, em um âmbito de 40, o que resulta da densidade relativa de 0,29.

Ocorre ainda interpolação com elementos da micropolifonia, "contaminando" a seção em análise e também há o elemento de contraponto rítmico, característico da parte B. Como previsto no plano, além da dissolução, percebe-se ainda o amálgama com os elementos da micropolifonia. A peça termina com a densidade de 0,96, a mesma que se inicia.

**Conclusão**

O objetivo deste artigo foi demonstrar a elaboração de um planejamento textural com enfoque na pré-determinação da variação do parâmetro da densidade, alcançada com a utilização da equação logística.

Na introdução, apresentamos duas definições de textura aplicada à música, além de conceituar os dois tipos de densidades (relativa e absoluta) relacionadas ao planejamento textural. Abordamos os principais aspectos da teoria do caos relacionados com o objetivo do presente artigo e apontamos as bases conceituais do princípio da formalização de um processo composicional. A seguir, descrevemos como ocorreu a elaboração do planejamento textural, expresso principalmente a partir da evolução das densidades relativas alcançadas pelas diversas iterações da equação logística.

Antes de apresentarmos uma breve descrição das seções que integram a peça *Logistic Textures II*, buscamos definir os principais aspectos formais utilizados na elaboração do planejamento macroestrutural, tendo como referencial a proposta analítica elaborada

[37] Tomamos aqui o significado de palíndromo a partir de simetrias regulares, espelhadas a partir de um eixo. Assim, por exemplo, REGER é um palíndromo, tomando o "G" como eixo.

[38] Termo do século XX que significa um suspiro contínuo feito pelo deslize gradual do arco afastando-se da ponte em direção ao espelho a partir do talão e depois retornando para a posição ordinária com a ponta para se repetir o padrão circular. Disponível em: <http://www.soastrings.org/Vocabulary_Bowing_and_Pizzicato_Terms.pdf>. Acesso em: out. 2012.

por Wennerstrom (1975). Descrevemos as seções integrantes do plano macroestrutural em termos da variação da densidade relativa, tipos de textura (textura micropolifônica, pontilhista, *clusters* sustentados), dos processos texturais (justaposição, interpolação, gradações, entre outros) e da manipulação timbrística (modulações timbrísticas, arco circular, *molto vibrato* etc.).

A utilização da equação logística para a previsão e planejamento das densidades relativas no decorrer da peça *Logistic Textures II* mostrou-se de grande eficiência, uma vez que, determinada a densidade relativa, temos uma consequente densidade absoluta e âmbito, sendo todos esses parâmetros retirados da referida equação.

Porém, sua utilização não se restringe à determinação das densidades relativas da peça. No estágio em que se encontra, a pesquisa alcançou novas aplicações para a equação logística, como a determinação da complexidade textural. Tal modelo matemático, aliado à utilização de um aplicativo computacional denominado *TexturalCalc*, desenvolvido especificamente para tal fim, consegue calcular e mapear o desenvolvimento da complexidade da textura de uma obra musical[39].

A utilização de ferramentas matemáticas pode colaborar no desenvolvimento e delineamento das estruturas texturais, oferendo ao compositor a consciência de determinados recursos e alimentando sua reflexão criativa.

## Referências

ALVES, J. O. Aspectos do planejamento macro-estrutural da peça *Intervenções* II para orquestra sinfônica. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 20., 2010, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis: Editora da UDESC, 2010, p. 156-161.

BATTEL, A. P.; MORAL, R.; GODOY, W. Modelos matemáticos predador-presa e aplicações ao manejo integrado de pragas. *Oecologia Australis*, São Paulo, v. 16, p. 43-62, 2012.

[39] O aplicativo *TexturalCalc* não foi utilizado na elaboração do planejamento textural específico da peça *Logistic Textures II*, descrito no presente artigo. O aplicativo foi empregado na elaboração de outro planejamento composicional que, no caso, está relacionado com a composição de outra peça. Toda a descrição da sua concepção, funcionamento e exemplificação enontra-se na dissertação de mestrado intitulada *Planejamento textural a partir de aspectos elementares do caos determinístico aplicado à composição musical* (PONTES, 2014).

BENNETT, G. *Chaos, Self-Similarity, Musical Phrase and Form*. Disponível em: <http://www.zhdk.ch/fileadmin/data_subsites/data_icst/Publikationen/1985_Chaos.pdf >. Acesso em: 11 out. 2014.

BERRY, W. *Structural Functions in Music*. New Jersey: Prentice-Hall, 1976.

BIDLACK, R. Chaotic Systems as Simple (but Complex) Compositional Algorithms. *Computer Music Journal*, Massachusetts, v. 16, n. 3, p. 33-43, 1992.

CLENDINNING, J, P. The Pattern-Meccanico Compositions of Gyorgy Ligeti. In: *Perspectives of New Music*, Seattle, v. 31, p. 193-234, 1993.

COPE, D. *Techniques of the Contemporary Composer*. New York: Schirmer Books, 1997.

DABBY, D. Musical Variations from a Chaotic Mapping. *Chaos – An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Massachusetts, v. 6, n. 2, p. 95-107, 1996.

DiSCIPIO, A. Composition by exploration of non-linear dynamic systems. *International Computer Music Conference* (ICMC), Glasgow, Scotland, p. 324-327, 1990.

FARIA, P. H., MANZOLLI, J. Modelagens de plataformas composicionais a partir de análise de métodos Estocásticos Determinísticos. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA, 22., 2012, João Pessoa. *Anais...* João Pessoa: Editora da UFPB, 2012, p. 1213-1220.

FAUVEL, J.; FLOOD, R.; WILSON, R. *Music and Mathematics*. New York: Oxford Press, 2003.

GOGINS, M. Iterated Functions Systems Music. *Computer Music Journal*, Massachusetts, v. 15, n. 1, p. 40-48, 1991.

GUIGUE, D. *Estética da sonoridade*. São Paulo: Perspectiva, 2012.

HARLEY, J. Generative Processes in Algorithmic Composition: Chaos and Music. *Leonardo: Journal for the International Society for the Arts, Sciences, and Technology*, San Francisco, v. 28, n. 3, p. 221-224, 1995.

HOLOCHWOST, S. J. *The Fractal Nature of Musical Structure*. PhD Thesis. Rutgers University, New Jersey, 2005.

KINZLER, H. Gyorgy Ligeti: Decision and Automatism in Désordre, 1ère étude, Premier Livre. *Interface: Journal of New Music Research*, Granada, v. 20, n. 2, p. 89-124, 1991.

KOELLREUTTER, H. J. *Introdução à estética e à composição musical contemporânea*, 2. ed. Porto Alegre: Editora Movimento, 1987.

LEACH, J., FITCH, J. Nature, Music, and Algorithmic Composition. *Computer Music Journal*, Cambridge, v. 19, n. 2, p. 23-33, 1995.

LITTLE, D. Composing the Chaos: Applications of a New Science for Music. *Interface:* Journal of New Music Research, v. 22, n. 1, p. 23–51, 1993.

LUCAS, M. *Textura na Música do Século XX*. Dissertação (Mestrado em Música). UFRJ, Rio de Janeiro, 1995.

MANZOLLI, J. *Non-linear Dynamics and Fractals as a Model for Sound Synthesis and Real-time Composition*. Ph.D. dissertation. The University of Nottingham, Nottingham, 1993.

MIRANDA, E. R. *Composing Music with Computers*. Oxford: Focal Press, 2001.

MORRISON, C. D. Stepwise Continuity as a Structural Determinant in György Ligeti's Ten Pieces for Wind Quintet. *Perspectives of New Music*, Seattle, v. 24, p. 158-182, 1985-1986.

NEWBOULD, B. Palindrome. In: SADIE, Stanley (Org.). *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*. London, MacMillan Publishers, v. 26, p. 2-3, 2001.

PRESSING, I. Nonlinear Maps as Generators of Musical Design. *Computer Music Journal*. Cambridge, v. 12, n. 2, p. 35-46, 1988.

PITOMBEIRA, L. HILDEGARD P. B. Planejamento composicional a partir de sistemas caóticos. In: XIX Congresso da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação (ANPPOM), 19, 2009, Curitiba, *Anais*.., Curitiba: Editora da UFPR, 2009, p. 485-488.

PONTES, F. G. C. *Planejamento textural a partir de aspectos elementares do caos determinístico aplicados á composição musical*. Dissertação (Mestrado em Música). UFPB, João Pessoa, 2014.

PUIG, D. F. *Música e Sistemas Dinâmicos Não-Lineares: uma abordagem composicional*. Dissertação (Mestrado em Música). UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.

ROADS, C. *The Computer Music Tutorial.* Londres: MIT Press, 1996.

SALTER, J. R. *Chaos in Music:* Historical Developments and Applications to Music Theory and Composition. Doctoral Dissertation. University of North Carolina, Greensboro, 2009.

SCHOOL OF THE ARTS HIGH SCHOOL ORCHESTRA. *Vocabulary of bowing and pizzicato terms*. Disponível em <http://www.soastrings.org/Vocabulary_Bowing_and_Pizzicato_Terms.pdf>. Acesso em: 12 out. 2012.

STEINITZ, R. *György Ligeti:* Studies in Music and Mathematics. Mainz: Schott, 1997.

VILLATE, J. *Introdução aos sistemas dinâmicos:* uma abordagem prática com maxima. Porto: Editora da Universidade do Porto, 2007.

XENAKIS, I. *Formalized Music*. Bloomington: Indiana University Press, 1971.

WENNESTROM, M. Form in Twentieth Century Music. In: WITTLICH, G. E. (Org.). *Aspects of Twentieth-Century Music*. New Jersey: Prentice Hall, 1975. p. 1-65.

WEISBERG, D. J. *Fractals and Music*. PhD thesis. Rutgers University, New Jersey, 2000.

WILLIAMS, G. *Chaos Theory Tamed*. Washington, D.C.: Joseph Henry Press, 1997.

ZUBEN, P. *Ouvir o som: aspectos de organização na música do século XX*. Cotia: Ateliê Editorial, 2005.

**Felipe Grisi Correia Pontes** é Mestre em Composição Musical pelo Programa de Pós-Graduação em Música da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), sob orientação de José Orlando Alves e co-orientação de Antônio Joaquim Rodrigues Feitosa. Foi monitor de Percepção Musical e Contraponto Tonal I, participou do masterclass sobre composição com Eric Ewazen, da Julliard School de Nova York, com a peça *Dark Matter*. fgrisi@gmail.com

**José Orlando Alves** é Bacharel e Mestre em Composição Musical pela UFRJ e Doutor em Música/ Processos Criativos pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP, 2005). Docente na área de Composição Musical da UFPB. Faz parte do grupo *Prelúdio 21*. Participou de diversos Panoramas e Bienais de Música Brasileira, tendo sido premiado no Primeiro Concurso FUNARTE de Composição, categoria Duos (1º prêmio), no VII Concurso Nacional de Composição Musical do IBEU (1º prêmio com a obra *Quantum*, para quinteto de sopros), Concurso Nacional de Composição Camargo Guarnieri, promovido pela Orquestra Sinfônica da USP (menção honrosa); da FUNARTE, recebeu em 2009 a Bolsa Funarte de Estímulo à Criação Artística para a composição de cinco peças sinfônicas e foi contemplado em 2012 com uma encomenda composicional para a Bienal. jorlandoalves2006@gmail.com

**Antônio Joaquim Rodrigues Feitosa** possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UFC), Mestrado em Matemática na área de Geometria Diferencial pela UFC, Doutorado em Matemática na área de Equações Diferenciais Parciais de Evolução pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Docente do Departamento de Matemática da UFPB. Faz pesquisa em Equações Diferenciais Parciais nos aspectos de existência, unicidade, comportamento assintotico das soluções e controle. É bolsista da CAPES. Joaquim@mat.ufpb.br